

# **Позиционные системы счисления**

# Перевод из десятичной системы счисления в двоичную систему методом разложения по степеням

1. Разложить десятичное число на сумму степеней двоек (это можно сделать единственным способом, так, что каждая степень двойки присутствует в разложении один раз)
2. Сопоставить разряды двоичного числа степеням двоек (самому правому разряду соответствует нулевая степень), присутствию степени в разложении соответствует единица, отсутствию – ноль.

$$73 = 64 + 8 + 1 = 2^6 + 2^3 + 2^0 = 1001001_2$$

$$103 = 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 1100111_2$$

**Теорема.**   **Если**       **максимальная**  
**степень двойки, меньшая данного**  
**числа равна  $n$ , то в двоичном**  
**представлении этого числа  $n+1$**   
**цифра.**

**Теорема. Любую сумму степеней двоек можно преобразовать так, что получится сумма степеней двоек, в которой все степени разные**

**Теорема.** Любое число можно однозначно разложить на сумму степеней двоек.

# Перевод из десятичной системы в систему с основанием $p$ методом остатков

Записывается таблица из двух столбцов. В первом столбце – результаты последовательного целочисленного деления на  $p$ , во втором столбце – остатки от деления. Прочитанные снизу вверх остатки и будут представлением числа в системе с основанием  $p$ .

73	1
36	0
18	0
9	1
4	0
2	0
1	1

103	1
51	1
25	1
12	0
6	0
3	1
1	1

Сложение столбиком в любой системе счисления делается аналогично сложению в десятичной системе. Роль десятки играет основание системы, то есть если сумма цифр в одном разряде больше основания системы счисления, то разность между этой суммой и основанием записывается в текущий разряд, а при суммировании цифр следующего разряда добавляется единица.

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ + 1001001_2 \\ \hline 1100111_2 \end{array}$$

$$10110000_2 = 2^7 + 2^5 + 2^4 = 128 + 32 + 16 = 176$$

# Перевод из двоичной системы в восьмеричную

- 1) Дописать к числу такое количество нулей слева, чтобы количество цифр делилось на три
- 2) Разбить получившиеся число на группы из трех цифр (триады) и каждой триаде поставить в соответствие ее восьмеричное (оно же десятичное) представление.

$$73 = \underbrace{001}_{1} \underbrace{001}_{1} \underbrace{001}_{1} _2 = 111_8 = 1 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^2 = 1 + 8 + 64 = 73$$

$$103 = \underbrace{001}_{1} \underbrace{100}_{4} \underbrace{111}_{7} _2 = 147_8 = 7 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^2 = 7 + 32 + 64 = 103$$

$\begin{array}{r rr} 73 & 1 \\ \hline 9 & 1 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r rr} 103 & 7 \\ \hline 12 & 4 \\ 1 & 1 \end{array}$	$  \begin{array}{r}  111_8 \\  + 147_8 \\  \hline  260_8  \end{array}  = 0 \cdot 8^0 + 6 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^2 = 48 + 128 = 176  $
---	---	--

В шестнадцатеричной системе 16 цифр. Если цифры от 10 до 15 записывать по правилам десятичной системы, то возникнут разночтения, так как на одну позицию в разряде будут приходитьсь две цифры. Поэтому для последних шести цифр в шестнадцатеричной системе используются латинские буквы: 10 –A, 11 –B, 12 – C, 13 – D, 14 – E, 15 - F

Для перевода в шестнадцатеричную систему из двоичной используется тот же принцип что и при переводе в восьмеричную, только работаем уже с тетрадами (группами по 4 цифры).

$$73 = \underbrace{0100}_4 \underbrace{1001}_9_2 = 49_{16} = 9 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^1 = 9 + 64 = 73$$

$$103 = \underbrace{01100}_6 \underbrace{111}_7_2 = 67_{16} = 7 \cdot 16^0 + 6 \cdot 16^1 = 7 + 96 = 103$$

$$\begin{array}{r|l} 73 & 9 \\ 4 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 103 & 7 \\ 6 & 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} \\ + \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 49_{16} \\ 67_{16} \\ \hline \end{array}$$

$$\overline{B0}_{16} = 0 \cdot 16^0 + 11 \cdot 16^1 = 176$$

Двоичная	8 и 16 -ричная
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A (10)
1011	B (11)
1100	C (12)
1101	D (13)
1110	E (14)
1111	F (15)

# Пятичная система

73	3	103	3
14	4	20	0
2	2	4	4

$$73 = 243_5 = 3 \cdot 5^0 + 4 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2 = 3 + 20 + 50 = 73$$

$$103 = 403_5 = 3 \cdot 5^0 + 0 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^2 = 3 + 100 = 103$$

<sup>1 1 1</sup>  
243<sub>5</sub>

403<sub>5</sub>

$$\underline{1201_5} = 1 \cdot 5^0 + 0 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^3 = 1 + 50 + 125 = 176$$

**Задание. Даны два числа. Провести вычисления по данному шаблону.**

$$73 = 64 + 8 + 1 = 2^6 + 2^3 + 2^0 = 1001001_2$$

$$103 = 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 1100111_2$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ 36 \\ 18 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{r} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 51 \\ 25 \\ 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \right| \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} + \begin{array}{r} 1001001_2 \\ 1100111_2 \end{array} = \underline{\underline{10110000}}_2 = 2^7 + 2^5 + 2^4 = 128 + 32 + 16 = 176$$

$$73 = \underbrace{0}_{1} \underbrace{0}_{1} \underbrace{1}_{1} \underbrace{0}_{1} \underbrace{0}_{1} \underbrace{1}_{1} \underbrace{0}_{1} = 111_s = 1 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^2 = 1 + 8 + 64 = 73$$

$$103 = \underbrace{0}_{1} \underbrace{0}_{4} \underbrace{1}_{7} \underbrace{1}_{1} \underbrace{0}_{1} \underbrace{0}_{1} \underbrace{1}_{1} = 147_s = 7 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^2 = 7 + 32 + 64 = 103$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ 9 \\ 1 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right| \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} + \begin{array}{r} 111_s \\ 147_s \end{array} = \underline{\underline{260}}_s = 0 \cdot 8^0 + 6 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^2 = 48 + 128 = 176$$

$$73 = \underbrace{01001}_{4} \underbrace{001}_{9} = 49_{16} = 9 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^1 = 9 + 64 = 73$$

$$103 = \underbrace{01100}_{6} \underbrace{111}_{7} = 67_{16} = 7 \cdot 16^0 + 6 \cdot 16^1 = 7 + 96 = 103$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ 4 \\ 4 \end{array} \left| \begin{array}{r} 9 \\ 6 \\ 6 \end{array} \right| \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} + \begin{array}{r} 49_{16} \\ 67_{16} \end{array} = \underline{\underline{B0}}_{16} = 0 \cdot 16^0 + 11 \cdot 16^1 = 176$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ 14 \\ 2 \\ 2 \end{array} \left| \begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ 0 \\ 4 \end{array} \right| \begin{array}{r} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{array}$$

$$73 = 243_5 = 3 \cdot 5^0 + 4 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2 = 3 + 20 + 50 = 73$$

$$103 = 403_5 = 3 \cdot 5^0 + 0 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^2 = 3 + 100 = 103$$

$$\begin{array}{r} 243_5 \\ 403_5 \end{array}$$

$$\underline{\underline{1201}}_5 = 1 \cdot 5^0 + 0 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^3 = 1 + 50 + 125 = 176$$

**Вариант 1, 763 и 955**  
====  
**Вариант 2, 719 и 1005**  
====  
**Вариант 3, 707 и 879**  
====  
**Вариант 4, 569 и 909**  
====  
**Вариант 5, 547 и 895**  
====  
**Вариант 6, 633 и 935**  
====  
**Вариант 7, 635 и 921**  
====  
**Вариант 8, 687 и 785**  
====  
**Вариант 9, 653 и 819**  
====  
**Вариант 10, 615 и 805**  
====  
**Вариант 11, 741 и 939**  
====  
**Вариант 12, 527 и 905**  
====  
**Вариант 13, 659 и 841**  
====  
**Вариант 14, 691 и 973**  
====  
**Вариант 15, 727 и 775**  
====  
**Вариант 16, 579 и 933**  
====  
**Вариант 17, 643 и 875**  
====  
**Вариант 18, 619 и 777**  
====  
**Вариант 19, 561 и 771**  
====  
**Вариант 20, 733 и 981**  
====

**Вариант 41, 749 и 817**  
====  
**Вариант 42, 735 и 923**  
====  
**Вариант 43, 581 и 877**  
====  
**Вариант 44, 627 и 957**  
====  
**Вариант 45, 761 и 849**  
====  
**Вариант 46, 541 и 947**  
====  
**Вариант 47, 589 и 847**  
====  
**Вариант 48, 695 и 871**  
====  
**Вариант 49, 563 и 821**  
====  
**Вариант 50, 639 и 885**  
====  
**Вариант 51, 683 и 891**  
====  
**Вариант 52, 599 и 937**  
====  
**Вариант 53, 571 и 881**  
====  
**Вариант 54, 663 и 811**  
====  
**Вариант 55, 537 и 803**  
====  
**Вариант 56, 607 и 989**  
====  
**Вариант 57, 715 и 873**  
====  
**Вариант 58, 697 и 883**  
====  
**Вариант 59, 529 и 899**  
====  
**Вариант 60, 531 и 797**  
====

**Вариант 71, 523 и 975**  
====  
**Вариант 72, 679 и 827**  
====  
**Вариант 73, 575 и 987**  
====  
**Вариант 74, 755 и 829**  
====  
**Вариант 75, 611 и 927**  
====  
**Вариант 76, 593 и 929**  
====  
**Вариант 77, 645 и 917**  
====  
**Вариант 78, 629 и 953**  
====  
**Вариант 79, 573 и 887**  
====  
**Вариант 80, 677 и 971**  
====  
**Вариант 81, 557 и 977**  
====  
**Вариант 82, 731 и 793**  
====  
**Вариант 83, 671 и 863**  
====  
**Вариант 84, 725 и 769**  
====  
**Вариант 85, 693 и 903**  
====  
**Вариант 86, 641 и 857**  
====  
**Вариант 87, 545 и 851**  
====  
**Вариант 88, 701 и 897**  
====  
**Вариант 89, 585 и 781**  
====  
**Вариант 90, 613 и 795**  
====

=====  
Вариант 21, 655 и 1003  
=====  
Вариант 22, 539 и 867  
=====  
Вариант 23, 591 и 979  
=====  
Вариант 24, 759 и 889  
=====  
Вариант 25, 673 и 861  
=====  
Вариант 26, 717 и 783  
=====  
Вариант 27, 595 и 995  
=====  
Вариант 28, 709 и 801  
=====  
Вариант 29, 689 и 791  
=====  
Вариант 30, 647 и 945  
=====  
Вариант 31, 651 и 943  
=====  
Вариант 32, 603 и 901  
=====  
Вариант 33, 649 и 809  
=====  
Вариант 34, 625 и 813  
=====  
Вариант 35, 551 и 949  
=====  
Вариант 36, 665 и 839  
=====  
Вариант 37, 623 и 999  
=====  
Вариант 38, 525 и 799  
=====  
Вариант 39, 681 и 773  
=====  
Вариант 40, 549 и 825

=====  
Вариант 61, 543 и 833  
=====  
Вариант 62, 737 и 941  
=====  
Вариант 63, 609 и 985  
=====  
Вариант 64, 637 и 815  
=====  
Вариант 65, 729 и 765  
=====  
Вариант 66, 631 и 787  
=====  
Вариант 67, 705 и 993  
=====  
Вариант 68, 559 и 925  
=====  
Вариант 69, 667 и 913  
=====  
Вариант 70, 553 и 869  
====

Если вы не нашли свой вариант,  
обратитесь в поддержку.